

Question de Cours

Écrire 143 en binaire. Si on considérait son écriture comme un entier signé sur 8 bits, que vaudrait-elle ?

Recollement de la droite Réelle

On rappelle que le cercle unité peut être défini comme :

$$\mathbb{S}^1 = \{(\cos(\arctan(\theta)), \sin(\arctan(\theta))) \mid \theta \in \mathbb{R}^+\}$$

On va s'intéresser à des manières de représenter des points du cercle unité en mémoire.

1. Montrer que représenter exactement un point en mémoire sur le cercle unité est équivalent à représenter exactement un réel quelconque.
2. En déduire une première représentation d'un point sur le cercle unité. Quelle est son défaut ?

On rappelle que le cercle unité peut aussi être défini comme :

$$\mathbb{S}^1 = \{(\cos(\theta), \sin(\theta)) \mid \theta \in [0, 2\pi[\}$$

3. Quelle est la distance sur le cercle unité entre $(\cos(\theta_1), \sin(\theta_1))$ et $(\cos(\theta_2), \sin(\theta_2))$ si θ_1 et θ_2 sont entre 0 et 2π .
4. En déduire une représentation en mémoire du cercle unité avec une précision de $\frac{\pi}{256}$.
5. Quels problèmes cette représentation poserait-elle ?
6. Proposer une méthode plus précise en se rappelant du théorème de Pythagore.

Solution : Recollement de la droite Réelle

1. Le cercle est en bijection avec $\mathbb{R}^+$ qui est en bijection avec $\mathbb{R}$.
2. Représenter les points du cercle par le paramètre θ demande un nombre infini de bits pour atteindre le bout du cercle : il faut $\log_2(\tan(\alpha))$ bits pour représenter le point d'angle α pour $\alpha < 2\pi$, ce qui tend vers $+\infty$ quand $\alpha \rightarrow 2\pi$.
3. C'est $|\theta_1 - \theta_2|$ par définition du radian.
4. On représente les points par un entier sur 8 bits multiplié par $\frac{2\pi}{2^8} = \frac{\pi}{128}$. La question précédente nous assure qu'on a bien une erreur maximale d'arrondi sur le cercle de $\frac{\pi}{256}$.
5. Cette représentation en mémoire nécessite un fort appel au contexte et des difficultés de programmation, mais facilite les opérations de découpage du cercle.
6. On pourrait représenter les points du cercle par le triangle qu'ils représentent. Connaître le signe du sinus et du cosinus ainsi que la valeur d'un des deux suffirait. On ne doit alors représenter que 2 booléens (donc 2 bits) et un réel entre 0 et 1. On gagne ainsi en précision pour un même nombre de bits.

Question de Cours

Écrire 189 en binaire. Si on considérait son écriture comme un entier signé sur 8 bits, que vaudrait-elle ?

XOR, AND

Un opérateur logique agit sur bit à bit d'un nombre :

- $\wedge$ agit sur deux bits et renvoie 1 si et seulement si les deux entrées valent 1.
- $\vee$ agit sur deux bits et renvoie 1 si et seulement si une des deux entrées vaut 1.
- $\oplus$ agit sur deux bits et renvoie 0 si et seulement si les deux entrées sont égales.
- $\neg$ agit sur un bit et inverse sa valeur.
- $\uparrow$ agit sur deux bits et renvoie 1 si et seulement si une des deux entrées vaut 0.

Dans la suite, on se place sur des entiers positifs représentés en gros boutiste sur 8 bits.

1. Que fait la fonction $255 \wedge$?
2. Que fait la fonction $0 \oplus$?
3. Montrez qu'on peut écrire tous les opérateurs $\wedge$, $\vee$, $\oplus$ et $\neg$ juste avec l'opérateur $\uparrow$. On pourra utiliser les opérateurs une fois qu'on aura démontré qu'ils sont définissables.
4. En admettant qu'on sait faire des soustractions bit à bit (avec overflow), donnez une méthode pour calculer si un nombre est une puissance de deux.

Solution : XOR, AND

1. C'est l'identité
2. C'est le complément à 256.
3. (a) $\neg P = P \uparrow P$
(b) Si $R = P \uparrow Q$, $P \wedge Q = R \uparrow R$.
(c) $P \vee Q = \neg(\neg P \wedge \neg Q)$.
4. $v \wedge \neg(v \wedge (v - 1))$.

Question de Cours

Que fait la commande

```
mkdir /tmp/splash | cd; rm -rf *; man cat > file.txt | cat; echo "pouet" > file2.txt; ls
```

 ?

N'oubliez pas d'effets.

Algorithmie, les bases

On se place dans le modèle de Von Neumann.

1. Rappelez la représentation de la mémoire morte d'un ordinateur dans le modèle de Von Neumann.
2. Dans un système Posix, qu'a-t-on généralement besoin de stocker dans une inode dossier ?
3. Même question pour un fichier.
4. Proposez un modèle mémoire pour une inode.
5. Proposez un modèle mémoire pour un système de fichiers.
6. Comment fonctionnent les commandes suivantes dans votre modèle :
 - (a) `cd dossier`
 - (b) `touch x.tex`
 - (c) `cp src dst`
 - (d) `ln -s src dst`

Solution : Algorithmie, les bases

La bonne idée ici, est de voir une inode comme un bloc de bits, avec toutes les métadonnées nécessaires puis le contenu. Un dossier n'est qu'un fichier contenant une suite d'adresses mémoire. En plaçant les fichiers les uns après les autres (avec un peu de marge en espace), et en stockant simplement leurs adresses dans leurs dossiers parents on a un système de fichier basique. `cd` va juste changer une variable de position dans la ram. `touch` va créer une inode et rajouter une adresse dans le dossier parent (qui est celui ou on est), même chose pour `cp`.